WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

Иногда у кометы может быть заметен антихвост, который кажется направленным к Солнцу. На самом деле это иллюзия. Антихвост есть следствие почти предельной видимости больших частиц пыли, рассеянных вдоль орбиты кометы. Они различимы, если наблюдатель находится близко к плоскости орбиты кометы, и линия взгляда совпадает с направлением, по которому движется в этот момент комета. В этих условиях на линии взгляда лежит достаточное количество пыли, чтобы антихвост был видимым.

До того как комета Галлея заходит за Солнце, ее пылевой хвост должен казаться коротким, узким и прямым. Если условия наблюдения хорошие, то можно увидеть, как он тянется почти вертикально из головы кометы. Перед прохождением кометой перигелия хвост расширяется, но его маскирует блеск Солнца. Когда позднее, в феврале, комета выйдет из области солнечного блеска, хвост будет шире, длиннее и более четко выражен. Возможно, лучше всего он будет виден в апреле, когда окажется вытянутым на запад. После середины апреля его ширина уменьшится. Антихвост кометы Галлея возникнет, когда комета появится на небе в конце февраля. Он будет, однако, бледным и коротким, и вы сможете увидеть его только при идеальных условиях наблюдения.

Большие частицы пыли, выбрасываемые кометой, лежат в поясе, вытянутом, грубо говоря, вдоль траектории кометы. Эти частицы продолжают двигаться по орбите вокруг Солнца. Когда земля проходит сквозь эту остаточную пыль, частицы разрушаются и сгорают при входе в атмосферу, создавая метеорные потоки. Земля проходит через орбиту кометы Галлея дважды в год. Метеорный поток η Аквариды в мае и поток Ориониды в октябре являются результатом предыдущих прохождений кометы Галлея вблизи Солнца.

Считается, что ядро кометы Галлея имеет массу $2 \cdot 10^{14}$ кг; диаметр кометы около 10 км. Пропорции пыли и твердого вещества по отношению к водяному льду такие же, как у большинства комет. Во время последнего «визита» в Солнечную систему комета выбросила около $2 \cdot 10^{11}$ кг вещества, потеряв поверхностный слой толщиной около 2 м. Даже при такой скорости потерь вещества комета Галлея сможет еще много раз пройти вокруг Солнца.

Занимательный компьютер

Исследование генетических алгоритмов в первобытном компьютерном океане, населенном флибами

А. К. ДЬЮДНИ

ПРЕДСТАВИМ себе абстрактное море, населенное абстрактными организмами, которые условно назовем конечными живыми капельками (от английского названия finite living blobs) или для краткости флибами (flibs). Каждый флиб снабжен наипростейшим аппаратом принятия решений. По существу, это биологический эквивалент того, что математики называют конечным автоматом. Флиб содержит в себе также одну хромосому, состоящую из цепочки символов, которая является кодом, определяющим автомат. Флибы обитают в первобытном цифровом «бульоне», постоянно подвергающемся изменениям. Чтобы выжить, флиб должен уметь точно предугадывать эти изменения.

В первобытном бульоне, сваренном мною недавно в моем компьютере, флибы, которые плохо предсказывали изменения в окружающей среде, все вымерли. Те же, которые обладали способностью к предсказанию, произвели на свет потомство, причем отдельным его представителям удалось даже превзойти своих предков. В конечном итоге как результат эволюционного процесса возникла линия безошибочных предсказателей.

Флибы и их эволюционные тенденции хорошо иллюстрируют вид программирования, известный под названием «метод генетического алгоритма». Основанный Дж. Холландом в Мичиганском университете в 60-х годах, этот метод позволяет иногда решать трудные задачи путем создания «эволюционной последовательности» приближенных решений. Новые решения получаются путем «скрещивания и размножения» лучших решений, полученных к данному моменту. Через некоторое время появляется новое решение, превосходящее своих «родителей», и это решение в свою очередь заносится в список будущих «производителей». Генетические алгоритмы применялись с переменным успехом в задачах, связанных с системами классификации, распознавания образов и некоторых, пока немногочисленных задачах из других областей. В моем компьютерном первобытном бульоне при помощи этого метода удалось получить флибы, стоящие на более высокой ступени развития. Объясняется ли мой успех общей эффективностью метода генетического алгоритма или же простотой задачи, перед которой были поставлены флибы? На этот вопрос ответить трудно. Во всяком случае над ним стоит поразмыслить, а само явление может быть воспроизведено любым читателем, в распоряжении которого имеется компьютер.

Конечный автомат обладает конечным числом состояний. Под действием входного сигнала он автоматически переходит из одного состояния в другое. Автоматы, на основе которых построены флибы, сами тоже порождают сигналы. Входные и выходные сигналы представляются в автомате символами. Приняв сигнал, автомат меняет свое состояние и вырабатывает другой сигнал.

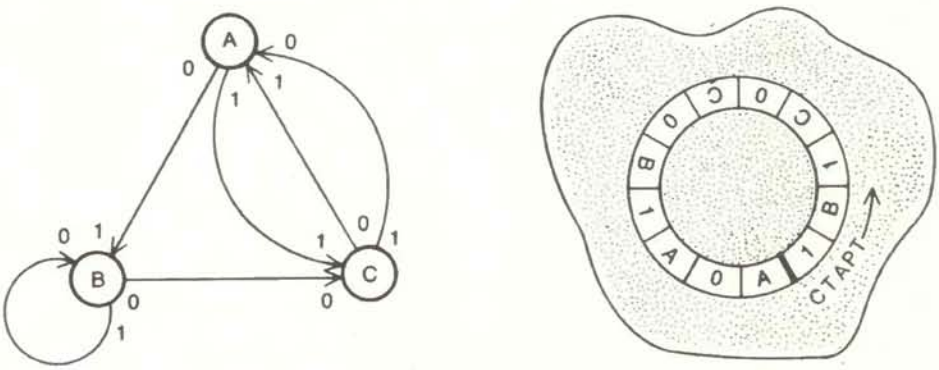


Диаграмма переходов между состояниями (слева) *и соответствующий флиб со своей хромосомой* (справа)

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

Процесс удобно представлять в виде таблицы переходов из одного состояния в другое. Например, конечный автомат, который может принимать три состояния *A*, *B* и *C*, реагировать на входные сигналы в виде нулей и единиц, а также генерировать аналогичные сигналы, можно полностью описать таблицей размером 3 × 4. Для каждого состояния, в котором может находиться автомат, и для каждого символа, который он может получить, в таблице есть два элемента. Первый элемент соответствует выходному символу, а второй указывает, каким должно быть следующее состояние автомата:

	0		1	
A	1	*B*	1	*C*
B	0	*C*	0	*B*
C	1	*A*	0	*A*

Автомат, который описывается приведенной таблицей, в некоторый момент времени может оказаться в состоянии *C*. Если он принимает 1, то, согласно таблице, должен выдать 0 и перейти к состоянию *A*.

Другое, более наглядное представление дает диаграмма переходов между состояниями. На этой диаграмме в кружках записываются состояния, а соединяющие кружки стрелки указывают переходы. Если автомат, получив определенный символ, переходит из одного состояния в другое, то на диаграмме следует изобразить стрелку, ведущую от кружка, соответствующего первому состоянию, к другому кружку, соответствующему новому состоянию автомата. У одного конца стрелку помечают символом входного сигнала, обусловившего данный переход, а у другого конца — символом, выходного сигнала (см. рисунок на с. 102).

Конечный автомат всегда начинает работу с какого-то первоначального состояния, называемого исходным. С каждым тактом воображаемого часового механизма на вход автомата прибывает новый символ, генерируется выходной символ и автомат переходит в следующее состояние. Автоматы, на основе которых построены флибы, могут получать и посылать только два вида символов — 0 и 1.

Ну а как интерпретировать поведение флиба, если нам почти ничего не известно о биологии этого существа? В этом и заключается одно из удовольствий, доставляемых нам абстракцией. Символы, принимаемые автоматом, можно рассматривать как сенсорное восприятие окружающей среды. Соответственно выходные символы можно считать реакцией организма на изменение в окружающей среде.

На самом деле понятие флиба настолько гибкое, что входные и выходные символы можно трактовать как самые разнообразные явления. Например, входной сигнал может представлять химический или температурный градиент. Соответственно выходной символ может быть командой, управляющей «ресничками», при помощи которых передвигается организм, или командой, вызывающей образование спор. Одной из наиболее важных задач для любого существа, желающего в процессе эволюции развиться до сколько-нибудь приемлемого уровня (скажем, университетского профессора), является способность предсказывать изменения в окружающей среде. Для флиба окружающая среда представляется нескончаемой последовательностью нулей и единиц. Поскольку принимаемые флибом символы означают существенные события в окружающей его среде, его способность предсказывать следующий символ, очевидно, дает ему некоторое преимущество, в особенности если в рамках более конкретной интерпретации модели шансы на выживание у флиба при этом условии возрастают.

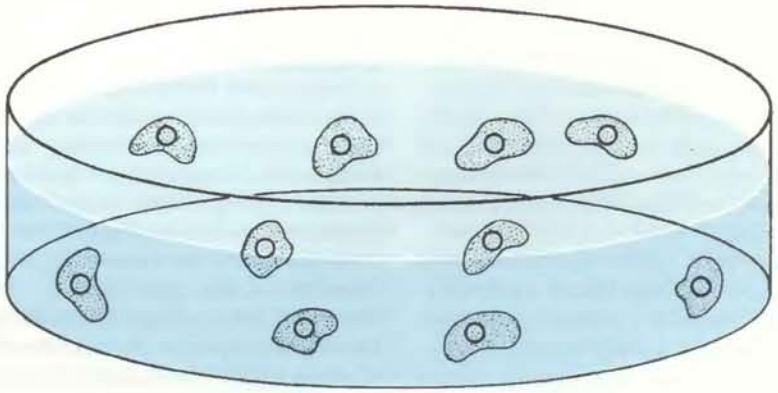
Большинство флибов в этом смысле довольно плохо предсказывает изменения в окружающей среде. Например, флиб, определенный приведенной выше таблицей переходов, отвечает на принимаемую из среды последовательность

0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 . . .

такой последовательностью символов:

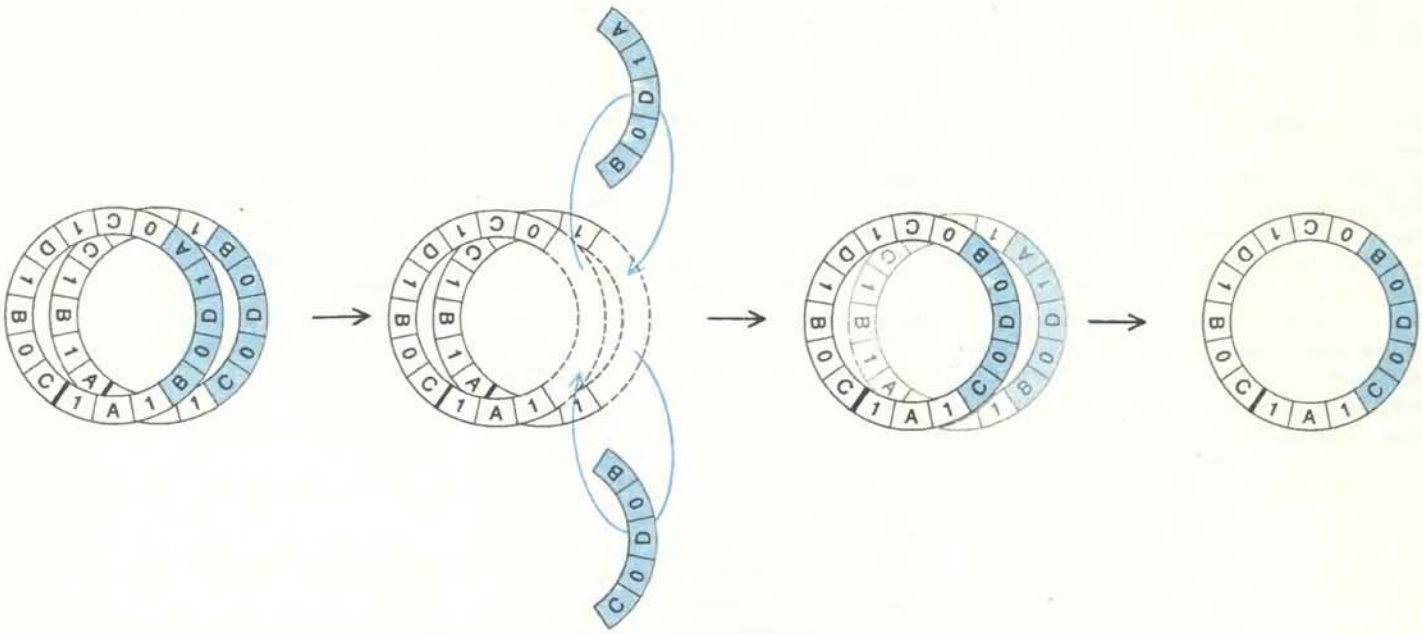
1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 . . .

В каждый момент времени выходной символ флиба представляет собой предсказываемый им символ, который должен поступить из среды в следующий момент. Чтобы определить



Бульон, населенный десятью флибами (вверху), *и безошибочный предсказатель* (внизу)

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU



Перекрещивание двух хромосом родителей и получающаяся в результате хромосома потомка (справа)

количество правильных предсказаний, нужно сдвинуть выходную последовательность на один символ вправо и сравнить ее побитно с входной последовательностью. Подсчитаем количество совпадающих символов. В рассматриваемом случае флиб сумел правильно предсказать лишь 6 из 12 входных символов — результат не лучший, чем при чисто случайном угадывании.

Вообще не следует требовать слишком много от конечного автомата. Например, нельзя требовать от флиба правильного предсказания в условиях непериодической среды. Здесь читателю следует немного поразмыслить. Почему правильно предсказанная последовательность входных символов должна обязательно состоять из одной и той же основной цепочки, которая бесконечно повторяется? Например, флиб с тремя состояниями, не справившийся с только что рассмотренным тестом, достиг блестящего успеха, столкнувшись с такой последовательностью символов:

0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 . . .

Здесь окружающая среда все время «выбивает» один и тот же ритм — 010011.

Существует несколько десятков различных флибов с тремя состояниями, но лишь очень немногие из них могут предсказать эту последовательность безошибочно. Среди флибов с числом состояний больше трех безошибочные предсказатели для данной последовательности входных символов встречаются редко и по мере роста количества состояний встречаются все реже и реже. Способность к предсказанию очень сильно зависит от периода последовательности: ни один флиб с n состояниями не сможет предсказать последовательность, состоящую из бесконечно повторяющейся основной цепочки символов, если эта цепочка слишком длинная. Очевидно, существует зависимость между количеством возможных состояний флиба и наибольшим периодом в последовательности, которую он может точно предсказать. Читателям, наверное, будет интересно попробовать найти эту зависимость. Каков наибольший период последовательности, которую может предсказать флиб с n состояниями?

Функционально флиб представляет собой несколько более сложное «устройство», чем просто конечный автомат, пытающийся предсказать поведение окружающей его среды. Напомним, что он еще обладает и хромосомой. Флибы периодически размножаются (механизм этого размножения нам не известен). Исследование хромосомы и ее отношения к конечному автомату флиба показывает нам, каким образом унаследованные гены определяют поведение организмов. Начнем с таблицы переходов и будем выбирать из нее строки по одной сверху вниз. Соединим концы выбранных таким образом строк в одну полосу, а затем присоединим начало полосы к ее концу. В результате получается круглая хромосома.

Перед заключительной операцией соединения хромосома нашего экземпляра флиба с тремя состояниями примет вид цепочки, состоящей из 12 генов:

1 B 1 C 0 C 0 B 1 A 0 A

Строго говоря, символы этой цепочки являются аллелями. Аллель — это ген определенного типа, который появляется в заданном локусе. Ген как таковой может быть указан либо по имени, либо по его локусу. Так, например, седьмой символ слева управляет выходным символом флиба, когда тот находится в состоянии *B* и получает 1 на входе. Соответствующий локус имеет номер 7.

Не так давно я создал в своем персональном компьютере первобытный бульон, населенный десятью флибами с четырьмя состояниями. Прежде чем прошло 1000 единиц времени, которые я называю хрононами, ни одного из исходных флибов уже не было в живых. Их место заняли флибы, обладающие лучшей способностью к предсказанию. На экране дисплея демонстрируются лучший и худший результаты, достигнутые живущими на данный момент представителями популяции. Наихудший показатель изменяется довольно часто и в сравнительно широких пределах, в то время как наилучший показатель медленно возрастает (см. рисунок на с. 103) Как раз, когда я уже почти оставил надежду получить в результате эволюции безошибочного предсказателя, он внезапно появился, и наилучший показатель сразу подпрыгнул до 100.

Пора уже, наверное, объяснить читателю, каким образом флибы эволюционируют в моем первобытном компьютерном бульоне. Время от времени периодически в среду попадает космический луч, который поража-

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

ет случайно выбранную хромосому и случайный локус, в результате чего тот или иной ген переходит из одной аллели в другую. Рассмотрим, например, хромосому флиба с четырьмя состояниями. Ген третьего локуса управляет выходным символом при переходе из состояния *A*, когда существо принимает на входе 1:

0D1C0D0B1A0C1B1A

Попавший в этот ген космический луч слегка изменяет хромосому:

0D0C0D0B1A0C1B1A

Другим источником вариаций в множестве генов популяции является «спаривание» существ. Когда настает сезон размножения, гены флиба, достигшего наилучших результатов в предсказывании, перемешиваются с генами другого производителя, выбранного случайным образом. Получающаяся в результате особь несет в себе свойства обоих родителей. Часть хромосомы происходит от родителя, успешно предсказывающего состояние среды, а другая часть — от родителя, выигравшего право на размножение по лотерее. Механизм перемешивания хромосом напоминает явление перекреста (или кроссинговера), наблюдаемое в настоящих хромосомах. Можно проиллюстрировать перекрещивание хромосомы флиба, комбинируя первую (неизменную) хромосому, приведенную выше, с другой хромосомой:

1A1B0D1A0C1D1B0C
↑ ↑

Стрелки указывают на точки перекреста, выбираемые случайным образом. Хромосома полученного флиба идентична хромосоме второго родителя вплоть до первой точки, на которую указывает стрелка. В интервале между двумя точками она идентична хромосоме первого родителя, а после второй точки мы опять видим фрагмент хромосомы второго родителя (см. рисунок на с. 104):

1A1C0D0B0C1D1B0C

До того как начать работать над программой, я был настроен несколько скептически по поводу эффективности механизма перекрещивания хромосом. Однако к моему удивлению выяснилось, что, когда один из родителей является хорошим предсказателем, потомство, как правило, также хорошо справляется с задачей предсказывания.

Читатели сами могут убедиться в этом, написав программу под названием АВТОСУП. Листинг программы не занял бы больше одной страницы. Она состоит из четырех модулей, вложенных в цикл. В программе можно установить верхний предел показателей предсказания, или счета. Пока наилучший достигнутый счет не превышает предельного значения, выполнение программы (всех ее четырех модулей) должно продолжаться.

В первом модуле производится подсчет результатов, показанных десятью флибами для 100 сигналов, поступающих из окружающей среды. Во втором модуле выявляются флибы, показавшие самый лучший и самый худший результаты. В третьем модуле флиб, достигший наилучшего показателя, спаривается со случайно выбранной особью популяции. Их потомок замещает флиб с наихудшим результатом. В четвертом и последнем модуле космический луч ударяет в случайно выбранную особь и вызывает мутацию. Непосредственно перед входом в третий модуль (модуль размножения) производится выбор случайного числа. Если число оказывается ниже определенного порогового значения, то программа минует модуль размножения и сразу переходит к модулю мутаций. Пороговое значение можно устанавливать произвольно. Однако некоторые значения оказываются предпочтительными: если модуль размножения выполняется слишком часто, то гены флиба, добившегося наилучшего результата на данный момент, быстро становятся доминирующими в небольшой популяции. Генофонд таким образом обедняется, и эволюция становится очень медленной, если вообще не прекращается. Впрочем, эволюция замедляется так или иначе, по мере того как возрастают показатели флибов. Флиб, добившийся наилучших результатов, остается на сцене все дольше, потому что вероятность появления «более высоко организованного» флиба становится все меньше.

В программе АВТОСУП следует организовать четыре массива. Назовем их *хром*, *сост*, *счет* и *сред*. *Хром* — это двумерный массив, расчитанный на 10 флибов и 16 генов. *Хром* (i, j) относится к j-му гену i-го флиба. *Сост* и *счет* описывают соответственно текущее состояние и счет (т.е. показатель предсказания) для всех 10 флибов. Четвертый массив *сред* используется для генерирования сигналов, поступающих из внешней среды. Этот массив вводится с клавиатуры перед выполнением программы.

Показатели флибов рассчитываются в двойном цикле. Во внешнем цикле генерируются 100 символов среды, а во внутреннем — счет каждого флиба увеличивается на 1, если он правильно предсказал следующий символ. Флибы с четырьмя состояниями могут с успехом использоваться в средах с периодом, равным 6; предсказание в этих условиях будет для них задачей средней трудности. Чтобы появились безошибочные предсказатели в среде с периодом 8, программа может проработать целый день, в то время как со средой с периодом 4 программа справится очень легко. В этом модуле программы полезными оказываются следующие два приема. При помощи первого из них каждый следующий символ среды формируется на основе индекса внешнего цикла i. Для этого индекс i вычисляется по модулю 6. Результатом этой операции является остаток от деления i на 6. Полученное число может быть использовано для индексирования массива *сред*. По мере того как индекс i пробегает значения от 1 до 100, вычисляемый вторичный индекс повторно пробегает через массив *сред*, порождая нужную последовательность символов среды. По известному индексу текущего символа следующий символ легко вычисляется. Этот символ поочередно сравнивается с предсказанием, сделанным каждым флибом.

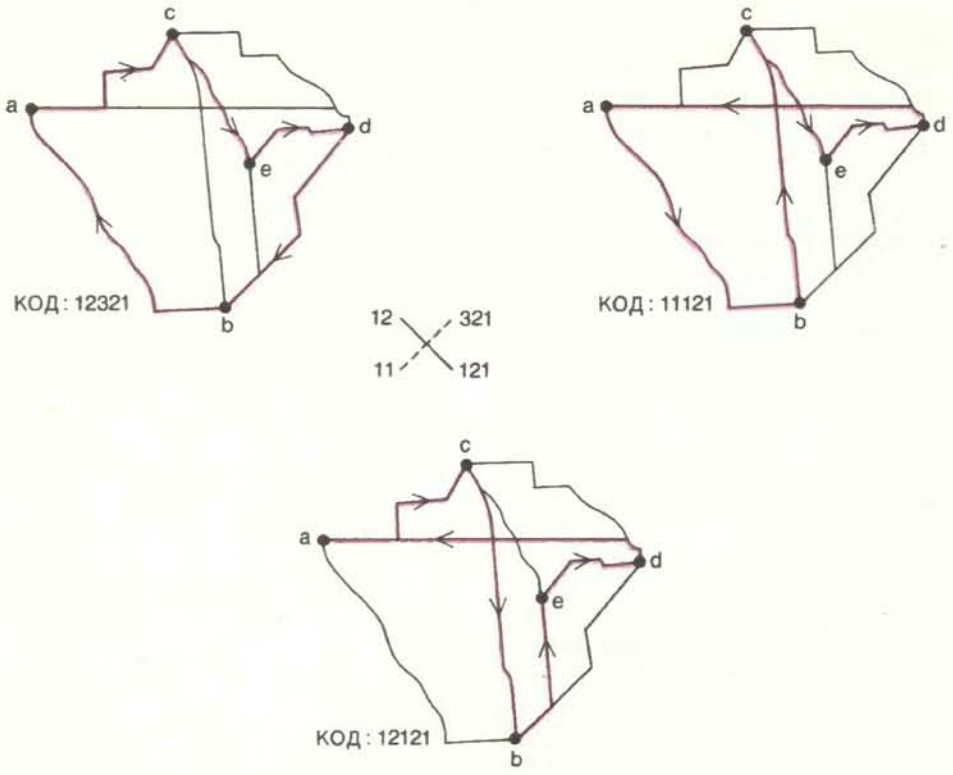
Второй прием позволяет программе быстро находить следующее состояние флиба и соответствующий выходной символ просто путем просмотра хромосомы флиба. В массиве *сост* вместо букв A, B, C, D для представления состояний используются цифры 0, 1, 2, 3. Если переменную, содержащую символ среды, назвать *симв*, то выходной символ i-го флиба можно определить, воспользовавшись сначала простой формулой

$$l = 4 \times сост(i) + 2 \times симв.$$

Затем нужно найти значение элемента *хром* (i, l). Когда существо находится в состоянии i и получен входной символ *симв*, значение выходного символа находится в локусе l хромосомы i-го флиба. Следующее состояние содержится в локусе $l + 1$.

В модуле, который выявляет наилучшую и наихудшую особи, используется стандартный прием, задаваемый в качестве упражнения в элементарных курсах программирования: при заданном массиве из n чисел нужно написать программу, определяющую наибольшее из этих чисел. Для решения задачи нужно установить значение переменной *макс* в нуль и затем просматривать массив в простом цикле. Каждый элемент массива сравнивается с переменной *макс*. Если его значение оказывается больше *макс*, то оно присваивается как новое значение переменной *макс*. При этом запоминается также индекс элемента. Ту же процедуру можно обратить для

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU



Два родительских маршрута коммивояжера (вверху) *и маршрут-потомок* (внизу), *полученный в результате перекрещивания хромосом*

отыскания наименьшего числа. Для этого нужно установить исходное значение переменной *мин* равным 100 и заменять его элементами, которые оказываются меньше текущего значения *мин*.

В третьем модуле флиб, достигший наилучших результатов, спаривается со случайно выбранным членом популяции. Единственное затруднение, возникающее при написании этого сегмента, связано с выбором двух точек перекреста. Мне кажется, что легче всего эту задачу можно решить, выбирая две целые случайные величины в диапазоне от 1 до 16; назовем эти величины C_1 и C_2. Если C_1 больше C_2, то их значения нужно поменять местами. После некоторого размышления читатели смогут организовать три цикла с индексом, пробегающим значение от 1 до C_1, от C_1 до C_2 и от C_2 до C_3, построив тем самым механизм перемещения строк множества хромосом для спариваемых особей в строку, которую ранее занимала хромосома флиба с наихудшим результатом.

В четвертом модуле должны быть выбраны случайные значения индекса флиба и номера локуса. Четность номера локуса говорит о том, что́ подлежит мутации — ген состояния или ген выходного символа. Если номер данного локуса четный, то к хранящемуся в локусе значению прибавляется 1 по модулю 2. Тем самым значение бита меняется на противоположное. Если же номер локуса нечетный, то к соответствующему элементу массива следует прибавить 1 по модулю 4. Таким образом, состояние, хранящееся в данном локусе, изменяется.

Не совершил ли я какого-нибудь жульничества? Конечно, систематическое изменение состояний от 0 к 1, затем к 2, к 3 и опять к 0 едва ли назовешь случайным процессом. На это я могу ответить, что он случайный в достаточной мере: поскольку количество состояний очень мало, результаты работы программы не должны сильно отличаться от случая, когда состояния выбираются с большей степенью случайности. Можно усмотреть также небольшое жульничество в моем небрежном выборе C_1 и C_2. Дело в том, что этот метод гарантирует преимущество отдельных подцепочек перед другими. Однако и в этом случае, я думаю, различия между программой АВТОСУП и какой-нибудь статистически более корректной программой генетической селекции будут не очень существенными. Так или иначе, процессы жонглирования генами и поражения хромосом космическими лучами настолько интенсивны, что флибу-чемпиону иногда очень трудно узнать своих внуков.

В программе АВТОСУП нам осталось рассмотреть лишь ее начало и конец. Исходная популяция флибов, населяющая среду, должна быть выбрана случайным образом. Для каждого гена каждого флиба должно быть выбрано целое число из подходящего диапазона и присвоено этому гену. Наконец, когда какому-либо флибу удается превзойти пороговое значение результата, указанное во внешнем цикле, программа должна выдать достигнутый результат на экран.

Читателей, желающих пуститься в это генетическое приключение, следует предупредить, что им придется провести значительную исследовательскую работу. Возможно, некоторые исследователи даже пристрастятся к этой работе. В числе интересных вопросов, на которые нужно найти ответ, находится вопрос о присутствии эволюционного процесса и о его скорости. Когда период поступления сигналов о состоянии окружающей среды слишком большой для того, чтобы в результате эволюции мог появиться безошибочный предсказатель с четырьмя состояниями, то как тогда флибам удается приспособиться и выжить? Как изменение длины периода влияет на время, требующееся для выведения безошибочного предсказателя? Ничто в описании программы АВТОСУП не препятствует ее расширению для флибов с пятью или шестью состояниями. Можно даже изменить программу так, чтобы исследовать непериодические среды или среды, которые время от времени меняют свою основную цепочку символов.

Описанная эволюция автоматов была задумана под влиянием книги: L. J. Fogel, A. J. Owens, M. J. Walsh, "Artificial Intelligence through Simulated Evolution" («Искусственный интеллект как результат моделируемой эволюции»), появившейся в начале 60-х годов. В этой книге была описана серия экспериментов по эволюции автоматов. Автоматы должны были предсказывать периодические последовательности и могли эволюционировать аналогично нашим флибам. Однако в этом строгом научном исследовании размножение и генетический перекрест не фигурировали.

Ввести в модель свойство генетического перекреста мне посоветовал Холланд. Как уже отмечалось, Холланд является признанным отцом генетического алгоритма. Его последователи, число которых постоянно растет, недавно собрались на свою первую крупную конференцию, состоявшуюся в Университете Карнеги—Меллона. Они обсудили широкий круг вопросов теории и ее практических приложений. В нескольких докладах рассматривалась задача, которая может послужить интересным введением в область генетического программирования.

Речь идет о задаче коммивояжера,

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

которая заключается в следующем: по заданной географической карте с n городами, соединенными сетью дорог, требуется найти кратчайший маршрут, включающий все n городов. Этот маршрут позволяет коммивояжеру минимизировать дорожные затраты.

Вполне возможно, что маршрут минимальной длины может возникнуть в результате эволюции, подобно тому как возникают безошибочные предсказатели из «низших» флибов. Каждый маршрут может быть закодирован в хромосоме. Кратчайшие из существующих на данный момент маршрутов можно размножать в надежде получить потомство из еще более коротких путей. Хромосомы потомства можно получить в результате механизма перекреста родительских хромосом.

Интересная проблема связана с выбором хорошего представления для маршрута. Если, например, пользоваться просто списком городов в порядке их посещения, то полученное потомство может даже не соответствовать никакому маршруту. Чтобы обойти затруднение, авторы одного из докладов — Дж. Греффенштетт, Р. Гопал, Б. Росмайта и Д. ван Гухт из Вандербильтского университета — предлагают хромосому остроумной конструкции. Например, маршрут из пяти городов, скажем *a, c, e, d, b*, можно представить в виде последовательности 12321. Чтобы получить такую цепочку чисел, используется некий стандартный порядок, в котором перечислены города, например *a, b, c, d, e*. Если нам задан маршрут *a, c, e, d, b*, то будем систематически удалять города из стандартного списка, чтобы получить указанный маршрут. Сначала удалим *a*, затем *c*, *e* и т.д. Перед тем как удалить город из стандартного списка, заметим его порядковый номер в этом уменьшающемся списке: *a* — первый, *c* — второй, *e* — третий, d — второй и, наконец, b — первый. Примечательно, что при перекрещивании двух таких хромосом результат всегда является каким-нибудь маршрутом (см. рисунок на с. 106). Пользуясь таким представлением маршрутов, их можно размножать и проводить среди них селекцию.

Большинство поклонников генетических алгоритмов признают, что задача коммивояжера представляет для них самый серьезный вызов. Хотя эксперименты, в которых применялось только что описанное представление, не принесли впечатляющих результатов, были разработаны некоторые другие алгоритмы, более успешно работающие при решении этой задачи.

И все же ни один из генетических алгоритмов не смог справиться с задачей коммивояжера в требуемом смысле. Несомненно, прежде всего это объясняется сложностью самой задачи. Поскольку она принадлежит к классу задач, называемых теоретиками NP-полными, она, возможно, обречена навсегда остаться неразрешимой в практическом смысле.

С МОМЕНТА появления программы MANDELZOOM (см. журнал «В мире науки», 1985, № 10) она поселилась в сотнях домов, школ и учреждений. И хотя эта программа, очевидно, произвела очень сильное впечатление на взрослых, заинтриговала подростков и даже напугала нескольких детей младшего возраста, отклики читателей на вторую тему статьи, посвященную итерационным диаграммам, к моему удивлению, оказались почти столь же многочисленными, как и на тему о множестве Мандельброта.

Многие читатели, что называется, с головой окунулись в разноцветные кружева множества Мандельброта, погружаясь в него все глубже по мере роста степени увеличения. Читатели, одержимые желанием иметь свои собственные цветные изображения множества, но не имеющие цветной графики на своих персональных компьютерах, заказали фотографии у Дж. Хаббарда из Корнеллского университета. Дж. Хаббард и Х. Пайтген, картинки которого красовались на страницах упомянутого номера журнала, научились искусству получать изображения множества у самого Мандельброта.

Читателям, возможности которых ограничены лишь черно-белой графикой, я бы рекомендовал воспользоваться различными оттенками серого цвета. Картинки в черно-белом изображении могут быть почти такими же впечатляющими, как и их цветные аналоги. Лучшие серые изображения были получены Д. Бруксом, работающим в фирме Prime Computer, Inc. в Фреймингхеме (шт. Массачусетс). В его сказочных сочетаниях полутонов каждый оттенок серого цвета достигается при помощи маленьких черных квадратиков определенного размера, напечатанных лазерным принтером. Брукс старался выявить крошечные волокна, предположительно соединяющие миниатюрные множества Мандельброта с основным множеством. Пока даже при самых больших увеличениях Бруксу не удалось их разглядеть. Мандельброт сообщил ему, что эти волокна, по всей видимости, имеют бесконечно малую толщину.

Читатели, не обладающие столь изощренным оборудованием, могут все же работать с различными оттенками серого цвета на экранах своих черно-белых дисплеев. Дж. Халлек из Солт-Лейк-Сити варьирует плотность точек, приходящихся на один пиксел, чтобы получить различные оттенки.

В другом подходе для генерации изображений множества Мандельброта применяются черные и белые контуры. Й. Гурсель из Кембриджа (шт. Массачусетс) построил изображения множества, пожалуй не уступающие изображениям Брукса. Гурсель заменяет дискретный цветовой спектр чередующимися белыми и черными кольцами. Р. Шэннон из Грантс-Пасса (шт. Орегон) предложил тот же метод. В. Андерсен из Санта-Клары (шт. Калифорния) довел его до «крайности»: он предложил переходить от черного к белому (или наоборот) всякий раз, когда переменная *count* меняется от одного пиксела к другому.

Стоит упомянуть также еще о двух исследованиях. Дж. Тигпенн IV из Перланда (шт. Техас) вместо цветового представления применяет уровни высоты: множество Мандельброта превращается в огромное плато, видимое под некоторым углом, со сложным ландшафтом остроконечных холмов, подступающих к плато с разных сторон. Р. Пальмаччио из Форт-Лодердейла вовсе упразднил множество как таковое. Его интересуют траектории индивидуальных комплексных чисел, описываемые на плоскости по ходу итераций. Их причудливая хореография вблизи границ множества Мандельброта принимает форму спирального вальса или кругового фокстрота.

Множество Мандельброта порождается функцией $z^2 + c$. Конечно, существуют и другие функции, но они порождают другие множества. К примеру, Б. Икенага исследует образование, которое можно назвать кубическим кактусом. Функция $z^3 + (c - 1)z - c$ порождает колючее с неприветливым внешним видом множество (по крайней мере так оно выглядит в контрастных черных и белых тонах), окруженное таинственными миниатюрными спиральными галактиками.

Итерационные диаграммы также полны загадочного. Когда целые числа по модулю n возводятся в квадрат, каждое число переходит в другое. Итерационная диаграмма получается, когда каждое число заменяется точкой, а каждое перемещение — стрелкой. По поводу этих диаграмм я сформулировал несколько вопросов. Сколько компонент содержат в себе

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

такие диаграммы? Читатели прислали полученные диаграммы, документируя тем самым свои исследования для различных значений n.

Наиболее крупные диаграммы были построены Р. Мэримонт из Силвер-Спринга (шт. Мэриленд). Она рассматривала целые числа, вычисляемые по модулю 1000, и на результирующей диаграмме она получила четыре пары компонент. Каждая компонента обладала, как обычно, одним аттрактором, и наибольший из аттракторов включал в себя 20 чисел. Будучи математиком по профессии, Мэримонт высказала предположение, что целые числа, вычисляемые по модулю 10^k, должны породить $k + 1$ пар компонент и что наибольшие аттракторы должны включать $4 \times 5^{k-2}$ чисел.

С. Эберхарт из Ресеты (шт. Калифорния) заинтересовался случаем, когда n представляет собой простое число Ферма (т.е. простое число, представимое в виде $2^{2^k} + 1$). Здесь число 0 образует аттрактор, а все остальные числа принадлежат одному-единственному большому дереву. Один мой знакомый, специалист по теории чисел, подтверждает, что для простых чисел Ферма это всегда так и что дерево является двоичным: каждый внутренний узел имеет две входные стрелки.

Итерационные диаграммы, подобно числам, можно перемножать между собой. Если n — произведение двух простых чисел, скажем p и q, то итерационная диаграмма для целых чисел, вычисляемых по модулю n, представляет собой произведение соответственно диаграмм для p и q. Это интересное наблюдение было сделано С. Локом из Флоридского атлантического университета. Лок описал также очень интересное отношение, существующее между n-й итерационной диаграммой и диаграммой, казалось бы, совсем другого рода, в которой числа вместо того, чтобы возводиться в квадрат, просто удваиваются. Если n — простое число, последняя диаграмма для целых чисел, взятых по модулю $n - 1$, совпадает с нашей n-й диаграммой, за исключением единственного изолированного числа, образующего свой аттрактор. Весьма похожее наблюдение было сделано в рамках теории чисел Н. Элкисом из Нью-Йорка.

Мощный инструмент для анализа итерационных диаграмм (при возведении в квадрат) был разработан Ф. Палмером из Чикаго. Очевидно, все деревья, связанные с данным аттрактором, изоморфны. По существу, это означает, что они обладают в точности той же самой формой.

Наконец, Б. Джилсон из Силвер-Спринга (шт. Мэриленд) и М. Уилльямс из Каламазу (шт. Мичиган) исследовали совершенно другое обобщение множества чисел от 0 до 99. Их можно рассматривать как числа по другому основанию. Например, последовательность натуральных чисел по основанию 3 будет выглядеть следующим образом: 00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22, пока мы снова не придем к числу 00. Такие числа также порождают итерационные диаграммы, которые выглядят аналогично диаграммам, получаемым для целых чисел по модулю n. Джилсон доказал, что диаграммы всегда имеют парные компоненты при четных n, не являющихся кратными 4.

Издательство **МИР** *предлагает:*

ДОСТИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕОРИИ МЕТАЛЛОВ

Под ред. П. Цише, Г. Леманна

Перевод с немецкого

Авторы этой книги, сами активно работающие в области теории твердого тела, поставили своей целью дать подробное описание современных методов расчета электронных свойств металлов. Изложение во всех главах построено так, чтобы читатель, перед которым стоит задача, требующая применения вычислительных методов, мог сравнить характерные особенности методов расчета и выбрать, который в наибольшей степени подходит к его задаче. В книге особое внимание обращено на физические идеи, лежащие в основе каждого метода. Во всех случаях авторы дают формулы, пригодные для непосредственной реализации на ЭВМ. Изложение иллюстрируется сравнительным анализом применения этих методов для электронных свойств различных систем. Книга отражает также новейшие направления исследований, в их числе те, для которых различные подходы приводят к сильно различающимся результатам. Монография вышла в двух томах. Первый том включает 5 глав. Первая посвящена теории однородного электронного газа; вторая — проблеме построения одночастичного кристаллического потенциала; третья — пятая — методам расчета электронных волновых функций: методу псевдопотенциала, методу линейных комбинаций атомных волновых функций и подходу, основанному на теории рассеяния. Второй том включает главы 6-11 и приложение. В шестой главе значения величин, доступных экспериментальному измерению (низкотемпературный вклад электронной теплоемкости, спектры мягкого рентгеновского излучения и т. д.) сравниваются с результатами, полученными при теоретических расчетах тензора диэлектрической проницаемости, дипольной матрицы и др. характеристик зонной структуры. В седьмой главе обсуждается теория структур кристаллической решетки; в восьмой — способы микроскопического расчета фононных спектров. Девятая посвящена методам расчета параметров электрон-фононного взаимодействия для простых и переходных металлов. В десятой рассматриваются электронные свойства поверхности металлов, а одиннадцатая посвящена обсуждению свойств локализованных дефектов в металлах. В приложении помещены разделы, посвященные теории групп, сферическим функциям и полиномам Лежандра, методу тетраэдров для расчетов интегралов в зоне Бриллюэна, решеточным суммам, теоремам вириала и Паули-Гелл-Манна – Фейнмана, теории возмущений и фейнмановским диаграммам.

Для специалистов в области физики и физической химии металлов, а также для приступающих к изучению физики металлов.

1985, в 2-х томах, 750 с.

Цена 7 р. 70 к.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»